Седумнаесетти тест

05.016.2017 година

1. Определи ги сите природни броеви m и n такви тшо
$$(m^2+n)(n^2+m)=2(m-n)^3. \quad (1)$$

2. Определи го најмалиот природен број n за кој постојат природни броеви a,b и c, ниту еден од кои не е точен квадрат и такви што
$$a^3+b^3+c^3-3abc=2013^n.$$

3. Петар покрил шаховска табла со димензии 600×600 со правоаголници со димензии 2×3 така што секое единечно квадратче од таблата е покриено со точно еден правоаголник. Потоа тој ги расекол сите правоаголници на три помали правоаголници со димензии $1\times 1, 1\times 2, 1\times 3$ и му го покажал добиеното покривање на Никола. Дали може Никола според покривањето со помалите правоаголници еднозначно да го определи почетното покривање со правоаголниците 2×3?

4. Четириаголникот $ABCD$ е опишан околу кружница со радиус r, а точките M и N се средини на страните AB и CD. Докажи, дека $\overline{MN}\geq 2r$.

5. Квадрат 4×4 е поделен на 16 единечни квадратчиња и во секое квадратче е запишана нула или единица. Во еден чекор се избира ред или колона на квадратот и се менуваат броевите во квадратчињата во избраниот ред или колона (нулите стануваат единици, а единиците стануваат нули). Квадратот се нарекува *занулен*, ако бројот на нулите во него не може да се намали. Бројот на нулите во еден занулен квадрат се нарекува *степен на квадратот*. Определи ги сите можни вредности на степенот.