

Седумнаесетти тест

08.06.2017 година

1. Определи ги сите парови цели броеви (x, y) такви што

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2.$$

2. Нека $k_1, k_2, \dots, k_n, (n \geq 3)$ се кружници со радиуси еднакви на 1 и центри $O_1, O_2, \dots, O_n$, соодветно. Докажете, дека ако ниту една права нема заеднички точки со повеќе од две од дадените кружници, тогаш

$$\sum_{1 \leq i < j \leq n} \frac{1}{O_i O_j} \leq \frac{(n-1)\pi}{4}.$$

3. Определи ги сите парови природни броеви (m, n) , $m, n \geq 3$ такви што

$$\frac{a^m + a - 1}{a^n + a^2 - 1}$$

е природен број за бесконечно многу природни броеви a .