

Дваесет и четврти тест

15.06.2017 година

1. Дадени се цел број $k \geq 3$ и низа $\{a_n\}$, за која $a_k = 2k$ и

$$a_n = \begin{cases} a_{n-1} + 1, & \text{ако } a_{n-1} \text{ и } n \text{ се заемно прости} \\ 2n, & \text{во спротивен случај,} \end{cases}$$

за секој $n > k$. Докажи, дека $a_n - a_{n-1}$ е прост број за бесконечно многу броеви n .

2. Определи ги сите полиноми со реални коефициенти такви што

$$P(a-b) + P(b-c) + P(c-a) = 2P(a+b+c) \quad (1)$$

за секои реални броеви a, b, c такви што $ab + bc + ca = 0$.

3. Даден е конвексен шестаголник кај кои за секои две спротивни страни важи: растојанито меѓу нивните средини е еднакво на збирот на нивните должини помножен со $\frac{\sqrt{3}}{2}$. Докажи,

дека сите агли на овој шестаголник се еднакви?

(Конвексен шестаголник $ABCDEF$ има три пара спротивни страни: AB и DE , BC и EF , CD и FA .)