Дваесет и четврти тест

14.01.2017 година

1. Докажи, дека равенката $x^2 + 2y^2 + 98z^2 = \underbrace{77...7}_{2005}$ нема решенија во множеството цели броеви.

2. Определи го бројот на низите $a_1, a_2, ..., a_n, ...$ од цели броеви такви што
$$a_n + a_{n+1} = 2a_{n+2}a_{n+3} + 2005, \text{ за секој } n \in \mathbb{N}. \tag{1}$$

3. Четворица играчи A_1, A_2, A_3 и A_4 со седум коцки за не лути се човече ја играат следнава игра: A_1 ги фрла седумте коцки и потоа на секој од останатите тројца играчи му исплаќа $k-$ти дел од сумата која тој играч ја има во моментот, каде k е збирот на паднатите броеви на седумте коцки, потоа истото го прават играчите A_2, A_3 и A_4. На почетокот сите имале еднакви суми пари, а откако сите ги фрлиле коцките по еднаш, се покажало дека сумите кои ги имаат играчите се однесуваат како $3:3:2:2$ (сумата на A_1 спрема сумата на A_2 спрема сумата на A_3 спрема сумата на A_4). Определи го збирот на паднатите броеви на секој играч.

4. Четириаголникот $ABCD$ е впишан во кружница k. Полуправите DA и CB се сечат во точката N, а NT е тангента на кружницата k. Дијагоналите AC и BD се сечат во точката P, која е тежиште на $\triangle NTD$. Определи го односот $\overline{NT} : \overline{AP}$.