

Петти тест

16.05.2017 година

1. Нека $n \in \mathbb{N}$ и $S_n = 1! + 2! + \dots + n!$. Докажи, дека постои n за кој бројот S_n има прост делител поголем од 10^{2012} .
2. Определи го најмалиот реален број M таков што неравенството
$$|ab(a^2 - b^2) + bc(b^2 - c^2) + ca(c^2 - a^2)| \leq M(a^2 + b^2 + c^2)^2 \quad (1)$$
важи за секои реални броеви a, b и c .
3. Даден е тетивен четириаголник $ABCD$ таков што $\overline{AB} = \overline{AD}$ и точките M и N лежат на страните CD и BC и се такви што $\overline{MN} = \overline{BN} + \overline{DM}$. Правите AM и AN по вторпат ја сечат опишаната кружница околу $ABCD$ во точките P и Q , соодветно. Докажи, дека ортоцентарот на $\triangle APQ$ лежи на отсечката MN .