

Деветти тест

24.05.2017 година

1. Дадени се по парови различни природни броеви $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3$ такви што за секој природен број n бројот $(n+1)a_1^n + na_2^n + (n-1)a_3^n$ е делител на $(n+1)b_1^n + nb_2^n + (n-1)b_3^n$. Докажи, дека постои $k \in \mathbb{N}$ таков што $b_i = ka_i$, за $i = 1, 2, 3$.

2. Нека x, y и z се ненегативни реални броеви. Докажи, дека

$$\frac{x-y}{xy+2y+1} + \frac{y-z}{yz+2z+1} + \frac{z-x}{zx+2x+1} \geq 0.$$

3. Определи ги сите конечни множества точки во рамнината S кои содржат барем три точки и кои го задоволуваат следниов услов: за секои две различни точки A и B од S , симетралата на отсечката AB е оска на симетрија на множеството S .