

Четврт тест

16.05.2017 година

1. Во некои полиња од табла со димензии 100×100 се поставени жетони (по еден жетон во поле). За полето ќе велиме дека е *убаво* ако има жетони во парен број негови соседни полиња (соседни се полињата кои имаат заедничка страна). Дали може точно едно поле да е убаво?
2. Дали постојат 14 природни броеви такви што ако секој од нив се зголеми за 1, тогаш нивниот производ ќе се зголеми 2008 пати?
3. Реалните броеви a, b, c се такви што равенката $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ има три реални корени. Докажи, дека ако $-2 \leq a + b + c \leq 0$, тогаш барем еден од тие корени лежи во интервалот $[0, 2]$.
4. Даден е $\triangle ABC$, впишан во кружница k со центар O . Тангентата на k во точката C ја сече полуправата BA во точка S . На полуправата CA после точката A се избрани точки P и Q такви што $\overline{AP} = \overline{PQ}$. Докажи, дека точките P, O, C и S лежат на една кружница ако и само ако точките Q, B, C и S лежат на една кружница.
5. Даден е $\triangle ABC$, во кој $\angle BAC = 37^\circ$ и $\angle ABC = 16^\circ$. На продолжението на страната BC е земена точка M така што $\overline{AM} = \overline{AC}$, каде C е меѓу B и M , а во полуправината определена со правата BC , која не ја содржи A , е земена точка N така што $\angle CBN = 2\angle CMN = 37^\circ$. Да се определи:
 - а) $\angle CNM$;
 - б) односот $\overline{AQ} : \overline{AC}$, каде Q е пресечната точка на правите AB и CN .