

## Осми тест

22.05.2017 година

1. Докажи, дека за секој природен број  $k$  постојат бесконечно многу природни броеви  $n$  такви што броевите

$$2^n + 3^n - 1, 2^n + 3^n - 2, \dots, 2^n + 3^n - k$$

се сложени.

2. Докажи, дека за позитивни реални броеви  $a, b, c$  такви што  $a + b + c = 1$  важи неравенството

$$\frac{1}{bc+a+\frac{1}{a}} + \frac{1}{ca+b+\frac{1}{b}} + \frac{1}{ab+c+\frac{1}{c}} \leq \frac{27}{31}.$$

3. Низ центарот  $O$  на опишаната кружница околу разностранниот остроаголен  $\triangle ABC$  се повлечени прави нормални на страните  $AB$  и  $AC$ , кои висината  $AD$  на  $\triangle ABC$  ја сечат во точките  $P$  и  $Q$ , соодветно. Точката  $M$  е средина на страната  $BC$ , а точката  $S$  е центар на опишаната кружница околу  $\triangle OPQ$ . Докажи, дека  $\angle BAS = \angle CAM$ .