

Осумнаесетти тест

09.06.2017 година

1. Нека a и b се природни броеви. Докажи, дека ако $4ab-1$ е делител на $(4a^2-1)^2$, тогаш $a=b$.
2. Дадени се n торби и во секоја торба има по 100 монети. Во една од торбите секоја монета тежи по 9 грама, а во останатите $n-1$ торби секоја монета тежи по 10 грама. Располагаме со вага која покажува тежини до 1 килограм. Определи го најмалиот можен број мерења, со кои може се определи торбата со полесните монети.
3. Даден е $\triangle ABC$. Определи ги сите точки P од страната BC , кои го имаат следново својство: ако X и Y се пресечните точки на правата PA со заедничките надворешни тангенти на опишаните кружници околу $\triangle PAB$ и $\triangle PAC$, тогаш

$$\left(\frac{\overline{PA}}{\overline{XY}}\right)^2 + \frac{\overline{PB} \cdot \overline{PC}}{\overline{AB} \cdot \overline{AC}} = 1.$$