

## Шестнаесетти тест

07.06.2017 година

1. Низата  $a_1, a_2, \dots$  е определена со

$$a_n = 2^n + 3^n + 6^n - 1, \quad (n = 1, 2, \dots).$$

Опреди ги сите природни броеви кои се заемно прости со секој член на оваа низа.

2. Нека  $BC$  е дијаметар на кружница  $k$  со центар  $O$ ,  $A$  е точка од  $k$  таква што  $0^\circ < \angle AOB < 120^\circ$ , а  $D$  е средината на лакот  $AB$  на кружницата  $k$  кој не ја содржи точката  $C$ . Нека правата која минува низ  $O$  и е паралелна со  $DA$  ја сече правата  $AC$  во точката  $J$ , а симетралата на отсечката  $OA$  ја сече кружницата  $k$  во точките  $E$  и  $F$ . Докажи, дека  $J$  е центар на впишаната кружница во триаголникот  $CEF$ .

3. Опреди ги сите функции  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  такви што важи

$$(f(x) + f(z))(f(y) + f(t)) = f(xy - zt) + f(xt + yz), \quad (1)$$

за секои  $x, y, z, t \in \mathbb{R}$ .