

Единаесетти тест

28.05.2017 година

1. Нека a, b, c, d се природни броеви, такви што $a > b > c > d$ и
$$ac + bd = (b + d + a - c)(b + d - a + c). \quad (1)$$
Докажи, дека $ab + cd$ не е прост број.
2. Определи ги сите функции $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ такви што
$$f(x - f(y)) = f(f(y)) + xf(y) + f(x) - 1,$$
за секои $x, y \in \mathbb{R}$.
3. Кружниците Γ_1 и Γ_2 се наоѓаат во внатрешноста на кружницата Γ и ја допираат Γ во различни точки M и N , соодветно. Кружницата Γ_1 минува низ центарот на кружницата Γ_2 . Правата која минува низ пресечните точки на кружниците Γ_1 и Γ_2 ја сече кружницата Γ во точките A и B . Правите MA и NB ја сечат Γ_1 во точките C и D , соодветно. Докажи, дека правата CD е тангента на кружницата Γ_2 .