

Дваесет и први тест

10.06.2017 година

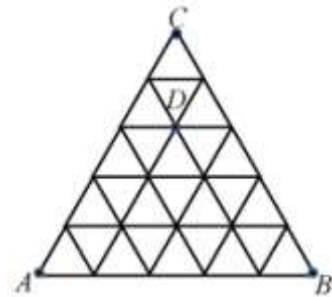
1. Во множеството природни броеви реши ја равенката

$$x^3 - 5x + 28 = 2^y(2^y + 1).$$

2. Нека природниот број n е таков што d_1 и d_2 се делители на n^2 и $d_1 < n < d_2$. Докажи, дека $d_2 - d_1 \geq \sqrt{4n+1}$.

3. Иво нумерирал 100 картички со природните броеви од 1 до 100 и на и дал Јана дел од нив. Познато е дека за секоја картичка на Иво и секоја картичка на Јана, збирот на броевите со кои се означени не е запишан на картичка кај Иво и производот не е запишан на картичка кај Јана. Колку картички има Јана, ако картичката со број 13 не е кај неа?

4. Рамностран триаголник ABC со должина на страна n ($n \geq 3$), со прави кои се паралелни на страните на $\triangle ABC$, е поделен на n^2 рамнострани триаголници со должина на страна 1. Во темињата на единечните триаголници се запишани броеви. Во еден чекор се зголемуваат или се намалуваат за 1 броевите во темињата на ромб, формиран од два единечни триаголници со заедничка страна. На почетокот во темињата A , B , C и D се запишани единици, а во сите останати темиња се запишани нули. Дали е можно со повторување на чекорите броевите во сите темиња на единечните триаголници да бидат нули?



5. Во кружница k е впишан $\triangle ABC$ со $\angle ACB > 90^\circ$. Нека BD е дијаметар на k . Кружницата k_1 со центар D и радиус DC по вторпат ја сече k во точката E и ја сече AB во точката G . Ако F е пресечната точка на GE и BD , докажи дека $\angle DCG = \angle EFD$.