

Дваесет и втори тест

13.06.2017 година

1. Нека $a_0 < a_1 < a_2 < \dots$ е бесконечна низа природни броеви. Докажи, дека постои точно еден природен број n таков што важи

$$a_n < \frac{a_0 + a_1 + \dots + a_n}{n} \leq a_{n+1}.$$

2. На едно тестирање учествувале n , ($n \geq 3$) ученици. Тестот се состоел од 15 прашања и на секое прашање се понудени повеќе одговори од кои само еден е точен. На прашање се одговара со заокружување на точниот одговор. За секој точен одговор се добива по 1 бод, а за неточен одговор или неодговорено прашање не се добиваат бодови. После тестирањето се покажало дека збирот на освоените поени на било кои 12 ученици е поголем или еднаков на 36 и има најмалку три ученици, за кои постојат три прашања на кои овие ученици точно одговориле. Определи ја најмалата можна вредност на n .
3. Определи ги сите прости броеви p и q такви што $pq \mid 12^{p+q} - 1$ и $p = q + 2$.