Шестнаесетти тест

04.06.2017 година

1. Нека p е прост број. Определи ги сите цели броеви x и y такви што
$$(2x+y)^3 = p^2 x(x+y)^2.$$

2. Нека $CL (L \in AB)$ е симетрала на агол во $\triangle ABC$ и нека $\overline{AC} = \overline{CL}$. Точката K лежи на полуправата CL и важи $\measuredangle CAL + \measuredangle CAK = 180^\circ$. Докажи, дека $\overline{BC} = \overline{CK}$.

3. Дадена е шаховска табла со димензии 300×300. Ќе велиме дека едно нејзино покривање со плочки со димензии 1×3 е добро, ако не постојат две плочки кои ја формираат буквата T, во било која нејзина положба.
Определи го бројот на добрите покривања на таблата.

4. Нека A е множество природни броеви со следново својство: за секои $m, n \in A, m \neq n$ точно е неравенството $10|m-n| + 50 \geq mn$. Определи го најголемиот можен број елементи на A.

5. Нека x и y се реални броеви такви што $x(4-3x) + y(4-3y) = 3xy$. Докажи, дека
$$0 \leq x + y \leq \frac{16}{9}.$$