Прв тест

08.05.2017 година

1. Дали постои бесконечно множество природни броеви $S, S \neq \mathbb{N}$ такво што за секој природен број $n \notin S$ точно n броеви од S се заемно прости со n?

2. Нека a, b, c се позитивни реални броеви такви што $abc = 1$. Докажи, дека
$$(a-1+\tfrac{1}{b})(b-1+\tfrac{1}{c})(c-1+\tfrac{1}{a}) \leq 1.$$

3. Даден е конвексен петаголник $ABXYZ$ впишан во полукружница со дијаметар AB. Подножјата на нормалите повлечени од точката Y кон правите AX, BX, AZ и BZ се означени со P, Q, R и S, соодветно. Докажи, дека остриот агол меѓу правите PQ и RS е еднаков на половината од $\measuredangle XOZ$, каде O е средина на отсечката AB.