Петок, 17 април , 2015

Проблем 4.

Определи дали постои бесконечна низа од позитивни цели броеви $a_1, a_2, a_3, \ldots$, таква да равенството

$$a_{n+2} = a_{n+1} + \sqrt{a_{n+1} + a_n}$$

е исполнето за секој природен број n.

Проблем 5.

Нека m и n се позитивни цели броеви такви што $m > 1$. Анастазија ги разделила броевите $1, 2, \ldots, 2m$ на m парови. Потоа Борис избрал по еден број од секој пар и го пресметал збирот на избраните броеви. Докажи дека Анастазија може да формира парови така да Борис не може да добие збир n.

Проблем 6

Нека H е ортоцентар а G е тежиште на остроаголниот триаголник ΔABC за кој $AB \neq AC$. Правата AG ја сече опишаната кружница околу триаголникот ΔABC во точките A и P. Нека P' е симетрична точка на точката P во однос на правата BC. Докажи дека $\angle CAB = 60^\circ$ ако и само ако $HG = GP'$.

Language: Macedonian

Време за работа: 4 часа и 30 минути
Секој проблем вреди 7 поени