

Дваесет и први тест

12.06.2017 година

1. Докажи, дека за секои два природни броја k и n постојат k природни броеви $m_1, m_2, \dots, m_k$ (не задолжително различни) такви што

$$1 + \frac{2^k - 1}{n} = \left(1 + \frac{1}{m_1}\right) \left(1 + \frac{1}{m_2}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{m_k}\right).$$

2. Дадена е низата $a_n = n\sqrt{5} - [n\sqrt{5}]$, $n = 1, 2, 3, \dots$. Определи го најмалиот и најголемиот број меѓу броевите $a_1, a_2, \dots, a_{2009}$.
3. Множеството M е добиено од множеството $\mathbb{R}$ со бришење на конечен број реални броеви. Докажи, дека за секој природен број n постои полином $f(x)$ таков што $\deg f = n$, коефициентите на f припаѓаат на множеството M и сите n корени на f припаѓаат на множеството M .