

Четврт тест

14.05.2017 година

1. Докажи, дека меѓу произволни 100000 последователи природни 100-цифрени броеви постои број n за кој периодот на дропката $\frac{1}{n}$ е поголем од 2011.

2. Нека x, y, z се позитивни реални броеви такви што $xuz \geq 1$. Докажи, дека

$$\frac{x^5 - x^2}{x^5 + y^2 + z^2} + \frac{y^5 - y^2}{y^5 + z^2 + x^2} + \frac{z^5 - z^2}{z^5 + x^2 + y^2} \geq 0. \quad (1)$$

3. Дадени се 2010 позитивни броеви $a_1, a_2, \dots, a_{2010}$ такви што $a_i a_j \leq i + j$ за $i \neq j$. Определи ја најголемата можна вредност на производот $a_1 a_2 \dots a_{2010}$.