

Дваесет и трети тест

11.06.2017 година

1. Определи ги сите цели броеви n за кои постои цел број m таков што $n^2 + n - 1$ е делител и на $14m + 5$ и на $20m - 3$.
2. Докажи, дека за секој природен број $n \geq 5$ постојат природни броеви p и q такви што важи $|p^2 + 2q^2 - n| \leq \sqrt[4]{9n}$.
3. Дадена е низата $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ за која важи $a_1 = 0$ и $a_{n+1} = a_n + 4n + 3$. Определи го општиот член на низата во функција од n .
4. Во внатрешноста на даден агол се конструирани две кружници со центри O_1 и O_2 . Кружниците ги допираат краците на аголот и се допираат меѓусебно. Докажи, дека ако трета кружница чиј центар лежи на отсечката O_1O_2 ги допира краците на аголот и ја содржи една од точките O_1 и O_2 , тогаш ја содржи и другата точка.