



СОЈУЗ НА МАТЕМАТИЧАРИ НА МАКЕДОНИЈА

ŞEHİRLER ARASI LİSE ÖĞRENCİLERİ İÇİN MATEMATİK YARIŞMASI

16.02.2019

Dördüncü sınıf A

1. $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ ve $(y_n)_{n \in \mathbb{N}}$ iki tane dizi olsun, öyleki $x_0 = 0$, $y_0 = 1$, $x_{n+1} = \frac{3x_n + y_n}{4}$, $y_{n+1} = \frac{2x_n + 3y_n}{5}$.

Verilmiş olan $(z_n)_{n \in \mathbb{N}}$; $z_n = y_n - x_n$ dizisinin her $n \in \mathbb{N}$ doğal sayısı için geometrik dizi olduğunu ispatla.

2. $y^2 = 2px$, $p > 0$ parabolü verşlmşşir. Parabolün üzerinde A, B, C (A en büyük, C ise en küçük ordinatdır.) noktaları verilmişştir öyleki $\sphericalangle ABC$ açısının açıortayı x -ekseniyle paraleldir. Eğer AC kenarının uzunluğunun y -eksenine izdüşümü $4p$ ise BC kenarortayının ordinatının uzunluğunu belirtiniz.

3. Eğer a ve b iki tane pozitif sayı ise öyleki $\log_b a$, $\log_{2b}(2a)$ ve $\log_{4b}(4a)$ sayıları bir aritmetik dizisinin üç ardışık sayısıdır. O zaman $a = b$ olduğunu ispatla.

4. Verilen toplamın deęerini hesapla

$$2 \binom{2007}{2} + 4 \binom{2007}{4} + \dots + 2006 \binom{2007}{2006}.$$

Her doğru cevap 25 puan değerindedir.

Sınav süresi 150 dakika



COJY3 HA MATEMATИЧAPИ HA MAKEDONИJA

ŞEHİRLER ARASI LİSE ÖĞRENCİLERİ İÇİN MATEMATİK YARIŞMASI

16.02.2019

Dördüncü sınıf B

1. Bir düzlemde paralel doğrulardan oluşan p_1, p_2, \dots, p_{13} ve q_1, q_2, \dots, q_7 iki küme verilmiştir öyleki birinci kümenin doğruları ikinci kümenin doğrularıyla kesişir. Bu kesişen doğrulardan kaç tane paralelkenar elde edilebilir?

2. $y^2 = 2px, p > 0$ parabolü verşmiştir. Parabolün üzerinde A, B, C (A en büyük, C ise en küçük ordinatdır.) noktaları verilmiştir öyleki $\angle ABC$ açısının açıortayı x -ekseniyle paraleldir. Eğer AC kenarının uzunluğunun y -eksenine izdüşümü $4p$ ise BC kenarortayının ordinatının uzunluğunu belirtiniz.

3. Eğer a ve b iki tane pozitif sayı ise öyleki $\log_b a, \log_{2b}(2a)$ ve $\log_{4b}(4a)$ sayıları bir aritmetik dizisinin üç ardışık sayıdır. O zaman $a = b$ olduğunu ıspatla.

4. Matematiksel indüksiyon terimini kullanarak aşağıda verilen ifadenin tüm n doğal sayıları için geçerliliğini ıspatla.

$$\cos \frac{\pi}{2^{n+1}} = \frac{1}{2} \underbrace{\sqrt{2 + \sqrt{2 + \dots + \sqrt{2}}}}_{n\text{-kökü}}$$

Her doğru cevap 25 puan değerindedir.

Sınav süresi 150 dakika