

БИБЛИОТЕКА СИГМА

НАТПРЕВАРИ ПО  
МАТЕМАТИКА  
1998/1999



Сојуз на математичари  
на Македонија

**БИБЛИОТЕКА СИГМА**

**Алекса Малчески  
Ристо Атанасов  
Дончо Димовски  
Ристо Малчески  
Марија Оровчанец**

**Илија Јанев**  
**Весна Манова-Ераковиќ**  
**Валентина Миовска**  
**Ѓорѓи Маркоски**  
**Валентина Гоговска**

**НАТПРЕВАРИ ПО МАТЕМАТИКА  
ВО СРЕДНОТО ОБРАЗОВАНИЕ  
ВО УЧЕБНАТА 1998/99 ГОДИНА  
(второ издание)**

**Скопје, април 2000 година**

CIP каталогизација во публикација на  
Народна и универзитетска библиотека  
“Св. Климент Охридски”, Скопје

371.384(100): 51’’450.4’’

НАТПРЕВАРИ по математика во средното образование во учебната 1998/99 година / Алекса Малчески, Ристо Атанасов, Дончо Димовски, Ристо Малчески, Марија Оровчанец, Илија Јанев, Весна Манова-Ераковиќ, Валентина Миовска, Ѓорѓи Маркоски, Валентина Гогова. - Сојуз на математичари и информатичари на Македонија, 2000. - 88 стр.: графички прикази; 26 см. - (Библиотека Сигма; 8)

ISBN 9989-9954-2-7

1. Алекса Малчески

а) Математика - Основно и средно образование - Натпревари по математика б)  
Натпревари по математика во средното образование - Математика

Обработка на компјутер: Ленче Малческа Наумова  
Печати: АЛФА ’94, Скопје

## СОДРЖИНА

|                                          |    |
|------------------------------------------|----|
| Предговор                                | 5  |
| XXII регионален натпревар                | 7  |
| XLIII републички натпревар               | 15 |
| VI македонска математичка олимпијада     | 21 |
| XVI балканска математичка олимпијада     | 24 |
| XL меѓународна математичка олимпијада    | 27 |
| Подготовка за меѓународни натпревари     | 31 |
| Теорија на броеви                        | 31 |
| Неравенства                              | 35 |
| Низи                                     | 40 |
| Функции и функционални равенки           | 44 |
| Множества                                | 50 |
| Комбинаторика                            | 57 |
| Комбинаторни равенства                   | 60 |
| Геометрија                               | 65 |
| Триаголник                               | 65 |
| Четириаголник                            | 70 |
| Круг                                     | 74 |
| Стереометрија                            | 77 |
| Турнири                                  | 81 |
| Турнир на градови                        | 81 |
| Турнир “Црноризец Храбар”-1999 год.      | 83 |
| Европски математички турнир “Кенгур ‘99” | 86 |



## ПРЕДГОВОР

Мала збирка задачи не е исто што и опсежен приказ на една математичка теорија. Но сепак, и таа може да има свое место, особено ако истата е пишувана за потребите на надарените ученици за математика. Често пати токму во натпреварувачките задачи доаѓа до израз некоја типична математичка идеја, конструкција, интересен доказ или елегантен метод на заклучување.

Потеклото на задачите во оваа збирка е разновидно. Во делот на задачите за подготовка за меѓународни натпревари се содржани задачи од завршните етапи на руските, романските, бугарските, кинеските, белоруските, германските, чехо-словачките, естонските, молдавските и британските математички олимпијади, како и задачи од балканските олимпијади и турнирите на градови одржани во претходните години.

Не е далеку од вистината ако се каже дека презентираниите задачи ќе загубат од убавината и полезноста која читателот може да ја има со разработка на истите, ако читателот заедно со условот веднаш го консултира и приложено-то решение. Затоа препорачуваме решението да се консултира откако читателот ќе се обиде самостојно да ја реши задачата, без разлика дали во тоа ќе успее или не. Дури тогаш ќе може да согледа што дадените решенија нудат, да ги разбере решенијата, како и патиштата кои водат до истите.

Оваа книга е наменета за надарените ученици за математика и истата е резултат на едногодишната работа на голем број вљубеници во математиката, и тоа на членовите на комисијата за задачи при СМИМ: д-р Марија Оровчанец, м-р Ристе Атанасов, м-р Алекса Малчески, м-р Весна Манова-Ераковиќ, м-р Живорад Томовски, м-р Виолета Василевска, м-р Лилјана Бабинкостова, м-р Самет Кера, Илија Јанев, Валентина Миовска, Ѓорѓи Марковски, Валентина Гоговска и Славица Грковска, која ги подготвуваше задачи за регионалниот и републичкиот натпревар, делот од одборот за меѓународни натпревари по математика: д-р Дончо Димовски, д-р Костадин Тренчевски и д-р Ристо Малчески, како и на самите учесници на натпреварите, за кои истите и постојат. Сигурно дека не можеме поименчно да им се заблагодариме на сите нив, но нема да згрешиме ако голем дел од заслугата, за се она што ќе ви се допадне во оваа книга им препишеме токму ним. Овде не можеме, а да не ги споменеме и колегите д-р Новак Ивановски, д-р Димитра Карчицка, Слаѓана Јакимовиќ, Слаѓана Коруновска, Александар Блажевски и Мирко Петрушевски, кои заедно со членовите комисиите ја реализираа XVI балканска математичка олимпијада, која се одржа во Охрид.

Скопје, април 2000 год.

Авторите

## Предговор кон второто издание

Книгите од ваков тип секако дека имаат своја непроценлива вредност од многу причини. Создавањето на ваков тип на литература е секако многу тежок процес. Доволен доказ за тоа е ако се погледнат продажните сајтови на познатите светски трговски брендови, од кои може да се види дека нема многу наслови на книги од ваков тип, во кој се содржани натпреварувачки задачи од највисок ранг. Изборот на задачи, за да таа е успешна, мора да е многу внимателно направен, и затоа ваквите книги ја одразуваат атмосферата на годината во која се создавани. Со самото тоа, ако оваа книга се спореди со слични книги од претходните година две лесно ќе се примети дека нема големи порематувања во однос квалитетот на задачите. Тоа значи дека одредени математички задачи се вонвременски по својот квалитет и треба педантно секоја година да се евидентираат во вакви книги.

Впрочем ваквиот вид на литература вреден супплемент на секој образовен систем.

Претходно наведените причини беа основен мотив за преиздавање на оваа книга, за да истата стане достапна на широката публика во Република Македонија, посебно на учениците кои покажуваат афинитет кон посебни содржини од матемаиката, како и за надарените ученици ученици.



**ISBN 978-9989-646-56-0 (кн.)**  
**ISBN 978-9989-646-36-2 (ед.)**