

Деветнаесетти тест

10.06.2017 година

1. Докажи, дека постојат бесконечно многу природни броеви n такви што бројот $n^2 + 1$ има прост делител поголем од $2n + \sqrt{2n}$.
2. Нека $n \geq 3$ природен број. На кружницата се земени n точки, кои кружницата ја делат на еднакви лаци. Даден е жетон, кој од една од дадените точки во еден чекор се поместува во насока на движењето на стрелката на часовникот во соседната точка или во точката после соседната точка (т.е. имаме $2n$ дозволени чекори). Со a_n да го означиме бројот на начините, на кој кружницата, без повтарување на чекор, може да биде обиколена двапати со почеток и крај во фиксирана точка од дадените.
Докажи, дека $a_{n-1} + a_n = 2^n$ за секој $n \geq 4$.
3. Триаголник е поделен на хомотетични на него триаголници, при што коефициентите на хомотетија се броеви меѓу -1 и 1 . Докажи, дека збирот на сите коефициенти на хомотетија е еднаков на 1 .