

Петти тест

17.05.2017 година

1. Автобуските линии во еден град се такви што секои две линии имаат точно една заедничка постојка и на секоја линија има барем 4 постојки. Докажи, дека сите постојки може да се распределат меѓу две компании така што на секоја линија има постојка и од двете компании.
2. Во научниот музеј се закачени портрети на научници кои живееле меѓу 1600 и 2008 година, секој од кои не живеел повеќе од 80 години. Васко ги помножил годините во кои тие се родиле, а Петар ги помножил години во кои тие починале. Се покажало, дека бројот кој го добил Петар е $\frac{5}{4}$ пати поголем од бројот кој го добил Васко. Определи го најмалиот број портрети.
3. Докажи, дека сите сложени броеви помали или еднакви на 10^6 може да бидат наредени на кружница така што да нема соседни броеви кои се заемно прости.
4. Во $\triangle ABC$ точките D, E и F се соодветно од страните BC, CA и AB и важи $\overline{AF} = \overline{EF}$ и $\overline{BF} = \overline{DF}$. Докажи, дека ортоцентарот на $\triangle ABC$ лежи на кружницата опишана околу $\triangle CDE$.
5. Во множеството природни броеви реши ја равенката
$$x^2 + y^2 = 2017^2.$$