

Деветнаесетти тест

08.06.2017 година

1. Во низа се запишани броевите од 1 до 9 така што збирот на секој број на непарна позиција со неговите соседи (сосед) е еднаков на S . Определи ги сите можни вредности на S .
2. Определи го најмалиот природен број k за кој постои природен број $n \geq 100$ таков, што бројот $n(n+k)$ е точен квадрат.
3. На еден математички натпревар секој од натпреварувачите има најмногу $d \geq 1$ познаници. Нека d_1 и d_2 се ненегативни цели броеви такви што $d_1 + d_2 = d - 1$. Докажи, дека натпреварувачите можат да бидат распределени во две простории така што секој ученик од првата просторија има најмногу d_1 познаници во неговата просторија и секој ученик од втората просторија има најмногу d_2 познаници во неговата просторија.
4. Даден е остроаголен $\triangle ABC$. Кружница k низ A и B ги сече страните AC и BC во внатрешни точки M и N , соодветно. Тангентите на k во точките M и N се сечат во точката O . Докажи, дека O е центар на опишаната кружница околу $\triangle CMN$ ако и само ако AB е дијаметар на k .
5. Во квадратна табела со димензии 2017×2017 се запишани цели ненегативни броеви така што ако бројот во едно поле е 0, тогаш збирот на броевите во редот и колоната кои се сечат во тоа поле не е помал од 2017. Докажи, дека збирот на сите броеви запишани во табелата не е помал од 2034145.